

# Consommation d'électricité (compléments du Chapitre 10)

Yves Aragon\*  
Université Toulouse Capitole

1<sup>er</sup> novembre 2023

## Exercice 10.1

Superposer les chronogrammes de  $u$ , défini section 1 et u.3c. Commenter.

## Réponse.

```
> require(caschrono)
> data(khct)
```

Nous formons le data frame des variables de la période d'apprentissage :

```
> khct.df <- as.data.frame(window(cbind(khct, time(khct),
+ (time(khct)-1977)^2), end = c(1983, 12)))
> colnames(khct.df) <- c("kwh", "htdd", "cldd", "t1", "t1.2")
```

et réestimer (10.1).

```
> mod2 <- lm(sqrt(kwh) ~ htdd + cldd + t1 + t1.2, data = khct.df)
> u <- ts(residuals(mod2), start = c(1970, 1), frequency = 12)
```

$$\sqrt{kwh}_t = -673.06 + 0.00066 \text{htdd}_t + 0.01 \text{cldd}_t + 0.3456 \text{temps}_t - 0.0059 (\text{temps} - 1977)_t^2 + u_t. \quad (10.1)$$

Nous avons besoin du détail de l'estimation conduisant à u.3c :

```
> kwh1rc <- window(sqrt(khct[, "kwh"]), end = c(1983, 12))
> xreg1 <- khct.df[, c("htdd", "cldd", "t1", "t1.2")]
> xreg2 <- xreg1[, -4]
> require("forecast")
> (mdarx3c <- Arima(kwh1rc, order = c(1, 0, 0),
+ seasonal = list(order = c(1, 0, 1)),
+ xreg = as.matrix(xreg2)))
```

---

\*yves.aragon@gmail.com

Series: kwhlrc  
 Regression with ARIMA(1,0,0) (1,0,1) [12] errors

Coefficients:

	ar1	sar1	smal	intercept	htdd	cldd
	0.6323	0.9840	-0.7766	-680.9117	6e-04	0.0073
s.e.	0.0605	0.0138	0.0912	24.8211	1e-04	0.0005
	t1					
	0.3496					
s.e.	0.0126					

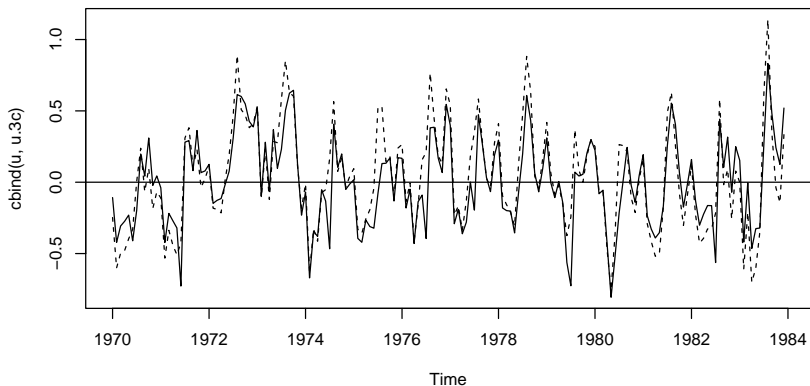
sigma^2 = 0.03678: log likelihood = 33.47

AIC=-50.94 AICc=-50.03 BIC=-25.95

```
> u.3c <- kwhlrc - as.matrix(xreg2) %*% as.matrix(mdarx3c$coef[5:7]) -
+ mdarx3c$coef[4]
```

Enfin nous superposons les deux résidus :

```
> plot.ts(cbind(u,u.3c), plot.type = "single", lty=1:2)
> abline(h=0)
```



**FIG. 1** – Chronogrammes superposés des résidus  $u$  et  $u.3c$ .

On observe que les résidus  $u$  et  $u.3c$  sont très proches (fig. 1) alors qu'il y a une variable explicative de la régression MCO  $t1.2$  absente de la régression MCG avec erreur SARMA(1,0)(1,1)<sub>12</sub>.

**Exercice 10.2**

Tester que le coefficient de  $cldd$  est 10 fois plus grand que celui de  $htdd$ , dans (10.2).

**Réponse.** Le modèle estimé :

$$\begin{aligned} \sqrt{\text{kwh}_t} &= -680.9117 + 0.00057 \text{htdd}_t + 0.0073 \text{cldd}_t + \\ &\quad 0.3496 \text{temps}_t + u_t, \quad t = 1, \dots, 168 \end{aligned} \tag{10.2}$$

$$u_t = \frac{1 - 0.7766 B^{12}}{(1 - 0.6323 B)(1 - 0.984 B^{12})} z_t, \quad \widehat{\text{var}}(z_t) = 0.03524$$

est contenu dans l'objet `mdarx3c`. Cet objet contient également la matrice des covariances estimée des estimateurs des paramètres. Notons  $\Sigma$  la sous-matrice des covariances des estimateurs de  $\beta_{cldd}$  et  $\beta_{htdd}$ .

Sous l'hypothèse :  $\beta_{cldd} = 10 \beta_{htdd}$ ,  $\widehat{\beta}_{cldd} - 10 \widehat{\beta}_{htdd} \sim AN(0, \sigma^2)$  où

$$\sigma^2 = \begin{bmatrix} 1 & -10 \end{bmatrix} \Sigma \begin{bmatrix} 1 \\ -10 \end{bmatrix}$$

D'où la statistique de test :

$$t = \frac{\widehat{\beta}_{cldd} - 10 \widehat{\beta}_{htdd}}{\widehat{\sigma}}$$

sous  $H_0$  elle suit approximativement une loi  $\mathcal{N}(0, 1)$ . On remplace dans  $\sigma^2$ , tous les paramètres par leurs estimations. On rejettera l'hypothèse nulle pour de grandes valeurs absolues de  $t$ . Nous sommes maintenant en mesure de calculer  $t$ . Par `str(mdarx3c)` nous repérons les estimations des paramètres, élément `mdarx3c$coef`, et leur matrice des covariances estimées, élément `mdarx3c$var.coef`.

```
> vcovar = mdarx3c$var.coef[c("cldd", "htdd"), c("cldd", "htdd")]
> delta0 = mdarx3c$coef["cldd"] - 10*mdarx3c$coef["htdd"]
> sig2 = t(matrix(c(1, -10)))%*%vcovar%*%matrix(c(1, -10))
> (t0 = delta0/sig2^.5)
```

```
      [,1]
[1,] 1.333361
> (p.val = 2*(1-pnorm(t0)))
```

```
      [,1]
[1,] 0.1824134
```

La p.value est supérieure à 18%; on peut conserver cette hypothèse.